Concursul interjudețean de matematică
„Vasile Dumitrache”, Bârlad
Ediția a II-a, 25 aprilie 2009
CLASA A XI-A

SUBIECTUL 1.

Fie $A=\begin{pmatrix} i\cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & -i\cos\alpha \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} i\sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & -i\sin\alpha \end{pmatrix}; \alpha\in R$;

a)Arătați că: $A^{2009}=A$.

b)Găsiți $n\in N^*$, astfel încât $\det(A+\lambda B)^n=\det(A-\lambda B)^n, \forall \lambda\in R$

SUBIECTUL 2.

$Fie\ f:[0,\infty]\to R, f(x)=x\left[\sqrt{x}\right]$

$și\ x_n=\sum_{k=1}^{n} f\left(k^2+k\right), (\forall)n\geq 1.$

$Calculați: \lim_{n\to\infty}\left(\frac{4x_n}{n^4}\right)^n$

SUBIECTUL 3.

Se consideră f:R$\to$ R o funcție continuă cu proprietatea că există $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ și $\lim_{x\to\infty}(f(x)+x)$ ambele finite.

Arătați că:

a)funcția f nu este mărginită;

b)dacă $f+1_R$ este periodică , atunci există $a\in R$ astfel încât
$f(x)=-x+a, (\forall)x\in R$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Timp efectiv de lucru: 2 ore.