

CONCURSUL INTERJUDETEAN DE MATEMATICA
“VASILE DUMITRACHE”
24 aprilie 2010
CLASA A-X-A

SUBIECTUL 1.

Arătați că $\left(\sum_{k=x}^y z^k\right) - 1$ divide 2010, unde x, y sunt soluțiile naturale ale ecuației

$$2^{x^2+y^2-5} - 19 \cdot 2^{x^2+1} - 2010 = 0 \text{ și } z = \log_2 y.$$

SUBIECTUL 4.

Fie ABCD un patrulater înscris într-un cerc de rază R . Demonstrați că $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = 8R^2$ dacă și numai dacă $AC \perp BD$ sau una dintre diagonale este diametru în cercul circumscris patrulaterului.

SUBIECTUL 3.

Arătați că $(\forall) m \in R \setminus \{1\}$, imaginile pe cercul trigonometric ale soluțiilor ecuației $\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{3x}{2} + m \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{3x}{2} = \cos x$ sunt vârfurile unui triunghi echilateral.